

Lohnt sich ein grober Vorauslauf?

Kontrollierte Pilotserie zur vorausschauenden CFK-Adaptation

Pascal Bauer mit Unterstützung von ChatGPT

19. September 2026

1 Fragestellung und Herkunft

Pascal Bauer schlug vor, mit einer billigeren Grobrechnung interessante Gebiete der feinen Simulation vorab zu lokalisieren. Der Assistent entwarf diese Vergleichsserie und die Auswertung. Sie untersucht eine erste, konservative Variante: Die Vorhersage darf zusätzliche Verfeinerung anfordern, aber keine lokalen Sicherheitskriterien unterdrücken. Ein Verfahren mit seltenerem Gitterumbau oder paralleler Ausführung ist noch nicht implementiert.

2 Methodik

Wir vergleichen reine Euler-Hydrodynamik mit $\gamma = 1.4$ im Dreieck $x \geq 0, y \geq 0, x + y \leq 2$ und offenen Rändern. Ein schräges Sod-Problem ist die einfachere Kontrolle; eine Mach-2-Schockfront gegen eine dichtere, druckangepasste Gaswolke die komplexere Anwendung. Beide laufen bis $t = 0.4$. Die Wolke hat Radius 0.12, Zentrum (0.72, 0.59), Kerndichte 5 bei Umgebungsdichte 1 und Druck 1. Ihr Rand ist über 0.012 geglättet. Die Schockfront beginnt bei $x = 0.32$. Beim Sod-Problem liegt die Trennung bei $x + 0.35y = 0.87$, mit $(\rho, p) = (1, 1)$ beziehungsweise (0.125, 0.1) und anfänglich verschwindender Geschwindigkeit.

Alle Methoden erhalten dieselbe anfängliche Zellmittelwertdarstellung. Die numerische Referenz wird konservativ auf uniforme Tiefe 14 übertragen; sie ist keine exakte Lösung. Die adaptiven Methoden verwenden Tiefe 8 bis 14, Schwellen 0.10/0.02 für relative Dichte-/Drucksprünge, einen Nachbarring und konservative lineare Übertragung. Gitterentscheidungen erfolgen alle 0.01, Ausgaben alle 0.0025. Die maximale Zellzahl ist 16384.

local Ausschiesslich lokale Adaptation.

restricted Aktuellen feinen Zustand konservativ auf uniforme Tiefe 10 übertragen, um 0.02 vorausrechnen und markierte Grobgebiete über Integer-Vorfahren auf das feine Gitter abbilden.

independent Eine unabhängige Grobrechnung auf Tiefe 10 läuft jeweils um 0.02 voraus. Auch hier werden Dichte-/Drucksprünge mit einem Nachbarring markiert und zusätzliche Verfeinerungen angefordert.

Die drei Methoden werden je dreimal mit rotierender Reihenfolge ausgeführt; die Referenz nur einmal pro Fall. Prozesse laufen nacheinander mit einem Solverthread. Hintergrundlast ist nicht vollständig ausgeschlossen. Phasenzeiten der Solverrechnung und Wandzeiten inklusive Text-I/O sind separat gespeichert. Gesamtdauer enthält Vorbereitung und Filmausgaben. Das ist ein praktischer Pilotvergleich, kein isolierter Platten- oder Parallelbenchmark.

3 Ergebnisse

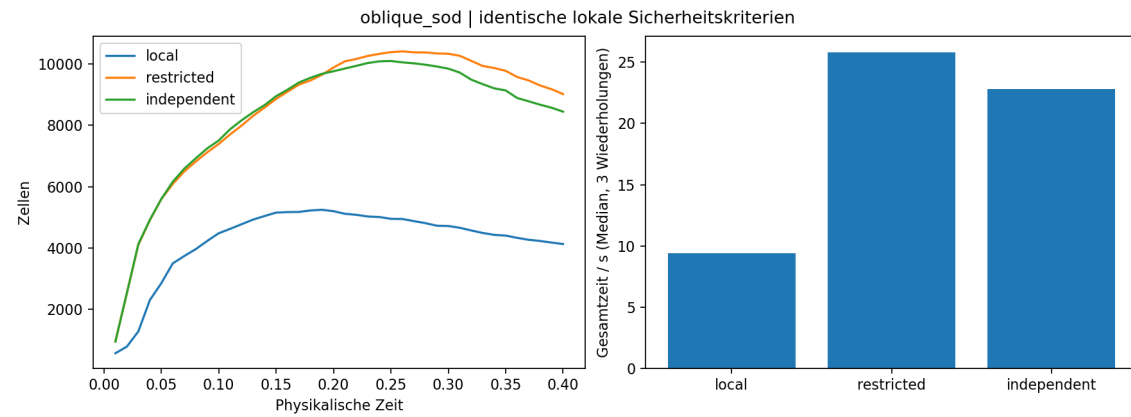
Angegeben sind die mediane Gesamtdauer, ihr Verhältnis zur lokalen Adaptation und die normierte Dichte- L^1 -Abweichung zur Referenz nach konservativer Restriktion auf Tiefe 8. Diese grobe gemeinsame Auswertung kann Unterschiede auf kleineren Skalen verdecken und ist kein vollständiger Fehlernachweis. Für eine gemeinsame Grobzelle K wird der Zellmittelwert nach

$$\bar{U}_K = \frac{1}{|K|} \sum_{L \subset K} |L| \bar{U}_L, \quad E_\rho = \frac{\sum_K |K| |\bar{\rho}_K - \bar{\rho}_K^{\text{ref}}|}{\sum_K |K| |\bar{\rho}_K^{\text{ref}}|}$$

gebildet. Die Zuordnung erfolgt durch Rechtsverschieben des Blattcodes bis zur gemeinsamen Baumtiefe; die Gebietsüberdeckung wird überprüft.

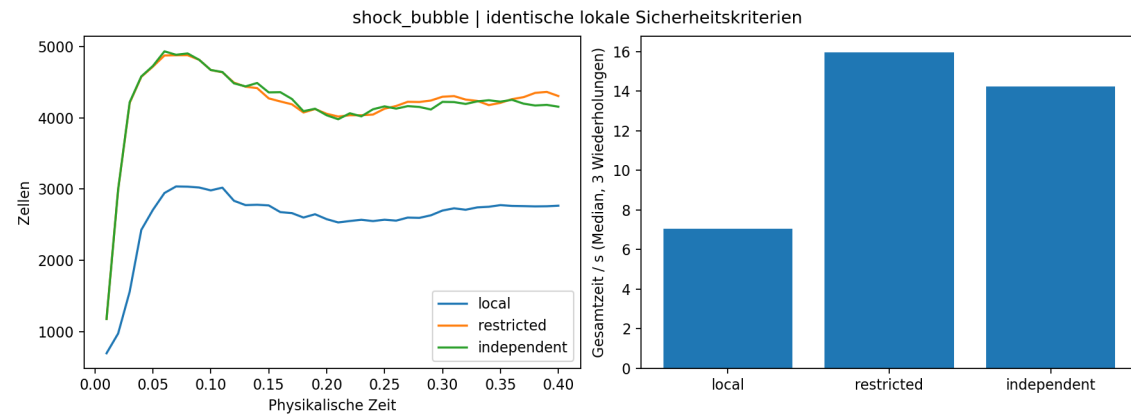
3.1 Schräges Sod-Problem

Methode	Sekunden	Faktor	Dichteabweichung
local	9.41	1.00	0.01399
restricted	25.83	2.74	0.00706
independent	22.81	2.42	0.00819



3.2 Schock–Wolken–Wechselwirkung

Methode	Sekunden	Faktor	Dichteabweichung
local	7.04	1.00	0.00451
restricted	15.97	2.27	0.00359
independent	14.22	2.02	0.00350



4 Interpretation und Grenzen

In dieser Serie waren beide Vorschauvarianten in beiden Fällen langsamer als die lokale Adaptation, bei kleinerer grob ausgewerteter Dichteabweichung. Beim schrägen Schock sank diese ungefähr von 1.40% auf 0.71–0.82%, bei der Schock–Wolken–Wechselwirkung von 0.45% auf 0.35–0.36%. Der Zeitfaktor beträgt ungefähr 2.0–2.7. Die Wiederholungen lieferten jeweils bitidentische Endzustände. Das ist reproduzierbares Verhalten, aber kein Beweis der physikalischen Richtigkeit.

Vorläufige Entscheidung: In der hier geprüften additiven Form lohnt sich die Vorschau nicht als reine Beschleunigung. Sie kauft in diesen Beispielen eine geringere Abweichung mit mehr Rechenarbeit. Ein Vergleich bei gleicher Genauigkeit gegen strengere lokale Schwellen fehlt noch.

Auch für die ursprüngliche Parallelisierungsidee ist die Phasenaufteilung aufschlussreich: Im jeweils ersten unabhängigen Vorauslauf entfallen nur ungefähr 0.7 Sekunden auf die Grobentwicklung. Der feine Fortschritt allein steigt beim Sod-Fall von 6.16 auf 10.99 Sekunden und bei der Wolke von 4.71 auf 8.13 Sekunden; zusätzlich werden Zustände auf die vorgeschlagenen Gitter übertragen. Selbst ideal vollständig versteckte Grobentwicklung würde daher die gemessene Mehrzeit nicht beseitigen. Das ist eine Abschätzung aus den sequentiellen Phasen, keine Messung einer tatsächlich parallelen Ausführung.

Eine längere Rechenzeit allein widerlegt nicht jede Form der Vorschau. Insbesondere fordert unsere erste Stufe nur zusätzliche Zellen an; sie spart noch keine lokalen Prüfungen oder Gitterwechsel. Umgekehrt darf eine geringere Abweichung nicht ohne die dazu nötigen Mehrkosten als Beschleunigung gelten. Die bisherige Serie ist daher vor allem ein Test der Kosten dieser vorsichtigen Architektur. Ein optimierter nativer Datenaustausch könnte einen Teil der Python/JSON-Kosten reduzieren, aber nicht die zusätzlich entwickelte Groblösung oder die Arbeit in zusätzlichen feinen Zellen eliminieren.

Die lokale Sicherheitsmarkierung bleibt aktiv. Wie viele kritische Strukturen eine ausschliesslich grobe Steuerung übersehen würde, ist hier nicht gemessen. Deshalb liefert diese Serie keine Freigabe für eine solche Steuerung. Für eine zweite Stufe wären eine räumlich-zeitliche Trefferratenanalyse, mehrere VorschauhORIZONTE, Kosten bei gleicher Ergebnisqualität und seltenerer Adaptation notwendig. Selbstgravitation ist bewusst ausgeschlossen.

Späte Zeiten können durch die endlichen offenen Dreiecksränder beeinflusst sein. Beide Verfahren vergleichen dasselbe Randwertproblem, aber keine unendliche oder periodische Domäne. Eine verlängerte Beobachtung ist für die Anschauung nützlich, nicht automatisch für einen Literaturbenchmark.

5 Filme und Reproduzierbarkeit

Je Fall werden Dichte und Baumtiefe in synchronisierten Vierfachansichten gezeigt: Referenz, lokale Adaptation, restringierte Vorschau und unabhängiger Vorauslauf. Die Filme dauern 30 Sekunden bei 60 Bildern pro Sekunde. Dichtefarben werden zwischen Ausgaben zeitlich interpoliert; die Baumtopologie bleibt stückweise konstant. Die Rasterung verwendet die tatsächlichen CFK-Dreiecke. Die numerische Auswertung benutzt keine Filmraster.

Versuchsplan, Quellarchiv, Phasenzeiten, Zustände und Auswertung liegen im gleichen Berichtsordner. Unvollständige Serien werden vom Auswerteskript abgewiesen. Explizite Transfers werden auf Erhaltung geprüft. Wiederholungs- Hashes und rohe Laufzeiten stehen in `summary.json`.

6 Einordnung in die Literatur

Grobhierarchien und Fehlerindikatoren sind grundlegende Bestandteile von AMR. Unsere Vorschau ist jedoch keine Richardson-Fehlerschätzung und kein Ersatz der Kopplung zwischen groben und feinen Teilgittern in klassischen Verfahren.

Literatur

- [1] M. J. Berger und P. Colella (1989): Local adaptive mesh refinement for shock hydrodynamics. *Journal of Computational Physics* 82, 64–84. Originalartikel.
- [2] F. Pretorius und M. W. Choptuik (2006): Adaptive mesh refinement for coupled elliptic-hyperbolic systems. Originalmanuskript.