

Rusanov gegen Roe auf dem CFK-Baum

Forschungsprotokoll vom 18. September 2026. Ausschliesslich 2D, konstante Zellmittelzustände (P0), identische Gitter und SSP-RK2.

Isolierte methodische Änderung

Roe zerlegt den Zustandssprung in zwei akustische Wellen, Kontakt und Scherung. Geschwindigkeit und Enthalpie werden mit $\sqrt{\rho}$ gewichtet. Der gemeinsame Kantenfluss lautet

$$\hat{F}_n = \frac{1}{2}(F_n(U_L) + F_n(U_R)) - \frac{1}{2} \sum_j |\lambda_j| \alpha_j r_j.$$

Für die akustischen Wellen ersetzt innerhalb $|\lambda| < \delta$ die quadratische Harten-Form $(\lambda^2/\delta + \delta)/2$ den Betrag; $\delta = 0.1\hat{c}$. Kontakt und Scherung bleiben unverändert. Dies ist nicht die Wellenaufspaltung nach Harten und Hyman. Nichtpositive Dichte oder Druck in akustischen Roe-Zwischenzuständen lösen einen gemeinsamen Rusanov-Rückfall aus. Zusätzlich bleiben die bisherigen Stufen-Positivitätsprüfungen und CFL-Schrittverwerfungen aktiv. Keine Floors; keine allgemeine Positivitätsgarantie.

Versuche und Ergebnis

24 Sod-Vergleiche: Tiefen 8, 10, 12; uniform und lokal verfeinert; Winkel 0 und 30 Grad; beide Flüsse; Endzeit 0.15 und 31 Ausgabezeiten. Weitere vier Filmrechnungen verwenden Tiefe 12 uniform, Endzeit 0.25 und 201 Ausgabezeiten. Die analytischen Aussenranddaten sind diagnostisch; es handelt sich nicht um ein geschlossenes Stossrohr. Ausgabezeiten beeinflussen die Schrittfolge. Filme und kurze Genauigkeitsläufe sind daher getrennte Experimente.

71 lokale Tests bestanden, 17 Roe/Euler-Tests auch auf dreihemden. Die 28 Läufe dauerten dort mit sechs Prozessen 11.65 Sekunden. In dieser Serie traten weder Rusanov-Rückfälle noch Verwerfungen wegen unzulässiger Zustände auf. Der Rückfall wird separat durch einen Expansionstest geprüft. Maximale Bilanzabweichung: $1.69 \cdot 10^{-14}$.

Tiefe 12, uniform Winkel	Dichte- L^1		Stossbreite	
	Rusanov	Roe	Rusanov	Roe
0 Grad	0.035885	0.031760	0.10005	0.09976
30 Grad	0.048061	0.041963	0.10843	0.09788

Der Dichtefehler vergleicht konservative Zellmittel mit exakten Integralen. Die Stossbreite misst die 10-90-Prozent-Durchgänge des Drucksprungs auf der Linie durch (0.6, 0.6) entlang der Wellenrichtung. Positionsfehler des 50-Prozent-Durchgangs sind bei beiden Verfahren etwa +0.0122 bzw. +0.0185. Linienabtastung liefert keine zusätzliche Gitterauflösung. Kontaktbreiten aus Dichte werden als nicht bestimmbar gespeichert, wenn Durchgänge im getrennten Wellenfenster fehlen. Überlagerte, verschmierte Wellen machen dies mehrfach erforderlich.

Filme, Reproduktion und Schluss

`sod_compare_00.mp4` und `sod_compare_30.mp4` zeigen beide Dichtefelder und darunter Dichte, Normalgeschwindigkeit und Druck entlang eines markierten Querschnitts mit exakter Punktlösung. 201 Zustände bei 20 Bildern/s ergeben 10.05 Sekunden; keine zeitliche Interpolation. Farb- und Achsenlimits bleiben fest. Die Feldansicht zeigt den Ausschnitt $[0, 1.4]^2$, nicht das ganze Ursprungsdreieck.

Quellen mit SHA-256 liegen unter `source`, Parameter und Diagnostik in `results.json`, Wellenmessungen in `wave_metrics.json`. Auswertung: `python source/analyze_roe.py` .; benötigt NumPy, Matplotlib und ffmpeg. API und Startanleitung stehen in `ROE.md`. Die Quellenreferenz für Roe-Mittel und Eigenstruktur ist das Clawpack Riemann Book.

Roe reduziert den feinen Dichtefehler um rund 11–13 Prozent, liefert hier aber keine dramatisch schärferen Stöße. Auf groben Gittern ist er nicht durchgehend besser. Nächste getrennte Schritte: HLLC als dritter P0-Fluss, danach lineare Rekonstruktion mit Positivitätskontrolle.