

Diagnose des groben Gasgitters

Kontrollierte Modellvariation und weitere Forschungsrichtung

1 Fragestellung und Befund

Der bisherige 256-Zellen-Test verliert bei $t \simeq 0.66885$ positiven Druck. Die betroffene Zelle hat den Integercode 293 und noch eine Dichte von etwa 0.154. Es handelt sich nicht um eine verschwindende Massendichte. Direkte Gravitation statt Baumapproximation und ein halbiertes maximaler Zeitschritt beseitigen das Problem nicht. Auch stückweise konstante Rekonstruktion bricht ab. Die Diagnose grenzt damit die lokale Energiekopplung und die räumliche Modellierung als weitere Untersuchungsfelder ein.

Eine explizit zuschaltbare Diagonalkomponente des geglätteten Gravitationspotentials lässt denselben groben Versuch bis $t = 0.8$ durchlaufen. Es werden keine Druck-Floors, Energieresets oder globalen Reparaturen eingesetzt. **Dies ist eine erfolgreiche Modellvariation, kein allgemeiner Positivitätsnachweis und keine nachgewiesene genaue Integration über Dreiecke.**

2 Was wurde geändert?

Mit Zellfläche A_i , Dichte Σ_i und $m_i = A_i \Sigma_i$ lautet die bisherige Punktquadratur im Flächenschwerpunkt x_i :

$$\phi_i^{\text{off}} = -G \sum_{j \neq i} \frac{m_j}{\sqrt{|x_i - x_j|^2 + \epsilon^2}}, \quad W^{\text{off}} = \frac{1}{2} \sum_i m_i \phi_i^{\text{off}}.$$

Die neue Option ergänzt den Diagonaleintrag desselben Kerns:

$$\phi_i^{\text{diag}} = \phi_i^{\text{off}} - G m_i / \epsilon, \quad W^{\text{diag}} = W^{\text{off}} - \frac{G}{2\epsilon} \sum_i m_i^2.$$

Eine Selbstkraft wird nicht addiert. Bei variablen Zellmassen ist die zusätzliche Energie jedoch nicht konstant. Für feste Geometrie und direkte symmetrische Paarwechselwirkung gilt $\dot{W} = \sum_i \phi_i \dot{m}_i$. Die bestehende Arbeit aus Massenflüssen wird deshalb mit dem jeweils passenden Potential berechnet. Der semidiskrete Test prüft $\sum_i A_i (\dot{E}_i + \phi_i \dot{\Sigma}_i) = 0$ bei reflektierenden Rändern. Baumapproximation und Zeitintegration bringen davon getrennte Fehler ein.

Die Option `cell_self_potential=true` im Gravitationsblock ist standardmässig *ausgeschaltet*. Sie erfordert `mass_flux_energy=true`; eine widersprüchliche Konfiguration wird abgewiesen. Das bisherige Verhalten bleibt unverändert verfügbar. Der Zusatz ist eine einfache Quadratur, nicht die exakte Selbstenergie einer homogen oder linear belegten Dreieckszelle. Insbesondere bei Zellgrößen vergleichbar mit ϵ ist dies eine offene Genauigkeitsfrage.

3 Versuchsaufbau

Wie im ersten Bericht: Wurzeldreieck $(0,0), (2,0), (0,2)$, reflektierende Ränder, $\gamma = 5/3$, $G = 1$, anfänglich ruhendes Gas mit

$$\Sigma(x) = 10^{-4} + \exp[-|x - (0.6, 0.6)|^2 / (2 \cdot 0.16^2)], \quad P = 0.1 \Sigma.$$

Feste Gitter, HLLC, begrenzte lineare Rekonstruktion (ausser P0-Kontrolle), SSPRK2, maximaler Schritt 0.002, 161 Ausgabezeiten in $[0, 0.8]$. Standard: $\epsilon = 0.06$, Baumparameter $\theta = 0.3$. Alle Läufe lokal mit vier Threads. Zeiten sind Einzelmessungen und kein Leistungsbenchmark. Eingabedateien, Binärprüfsumme, Rechner-/Pythonangaben und Resultate stehen in `probes_02/results.json`.

4 Kontrollresultate

Die Energienorm ist $\max_t |E_{\text{gas}}(t) + W(t) - E_{\text{gas}}(0) - W(0)| / (|E_{\text{gas}}(0)| + |W(0)|)$. Bei Diagonalvarianten wird zwingend auch deren Diagonalenergie mitgezählt.

Variante	Resultat	Max. Energiefehler
256, bisher	Abbruch $t = 0.66885$	–
256, direkte Kraft	Abbruch $t = 0.66885$	–
256, halber Schritt	Abbruch $t = 0.66884$	–
256, P0	Abbruch $t = 0.61630$	–
256, Diagonale	abgeschlossen	$2.05 \cdot 10^{-7}$
256, Diagonale, direkt	abgeschlossen	$4.06 \cdot 10^{-9}$
256, $\epsilon = 0.03$, bisher	Abbruch $t = 0.48751$	–
256, $\epsilon = 0.12$, bisher	abgeschlossen	$6.11 \cdot 10^{-7}$
256, $\epsilon = 0.24$, bisher	abgeschlossen	$2.79 \cdot 10^{-6}$
1024, bisher	abgeschlossen	$1.29 \cdot 10^{-5}$
1024, Diagonale	abgeschlossen	$1.24 \cdot 10^{-5}$

Die Minimaldrücke der beiden groben Diagonalversuche betragen etwa $6.76 \cdot 10^{-6}$. Alle sechs erfolgreich abgeschlossenen Varianten benötigen 480 Schritte. Fünf weitere Varianten scheitern kontrolliert; diese Fehlversuche sind ausdrücklich Bestandteil der Untersuchung. Eine stärkere Glättung hilft ebenfalls, verändert aber die Physik und ist deshalb kein bloss numerischer Reparaturparameter.

Die fünf CTest-Suiten bestehen. Neue Tests prüfen unveränderte Kraft beim Zuschalten der Diagonale, deren Potentialbeitrag bei nichtuniformen Zellmassen, die semidiskrete Energiebilanz und die Konfigurationsprüfung. Ein neuer Abbruchtext nennt Zeit, Zellcode, Dichte, Druck, Zustand und getrennte Gesamt-/Gravitationsraten. Die vorherige Rechnung und ihr Bericht werden nicht überschrieben.

5 Einordnung der neuen Ideen

Lineare Rekonstruktion für Gravitation. Eine begrenzte Dichte $\Sigma_i(x) = \bar{\Sigma}_i + \nabla \Sigma_i \cdot (x - x_i)$ erhält das Zellmittel, wenn x_i der Flächenschwerpunkt ist. Gradienten können Kanten- und Ecknachbarn verwenden. Die daraus integrierten Massenmomente lassen sich über höhere Baumebenen aggregieren. Das ist von einer Interpolation bereits berechneter Kräfte zu unterscheiden. Zuerst sind Nahfeld, Selbstenergie und eine direkte Referenz konsistent zu definieren; sonst wird ein genaueres Fernfeld mit einem unpassenden lokalen Energiemodell kombiniert. Bei festem ϵ verschwindet die hier ergänzte Diagonalenergie für eine beschränkte Dichte mit abnehmender maximaler Zellfläche. Bei gleichzeitig verändertem ϵ folgt daraus keine automatische Konvergenzaussage.

Zwei kollidierende Gaswolken. Im strikt zweidimensionalen Modell untersuchen wir Scheiben, keine Lane-Emden-Kugeln. Zuerst muss jede druckgestützte Wolke isoliert mehrere dynamische Zeiten bestehen. Danach folgen zentrale, streifende und weite Begegnungen bei festgehaltenem Massenverhältnis, relativer Geschwindigkeit und normiertem Stossparameter $b/(R_1 + R_2)$. Kühlung und Wärmeleitung sind bisher nicht enthalten. Die Serie wurde noch nicht gestartet.

6 Nächste Entscheidung

Vor Produktion bleiben eine Auflösungs-/Glättungsstudie und eine bessere Gleichgewichtserhaltung erforderlich. Der nächste fachliche Schritt ist eine direkte Referenz für ausgedehnte Zellmassen einschliesslich Selbstterm. Erst danach sollten wir Rekonstruktion und Baumapproximation gemeinsam optimieren. Ein neuer Film würde diese Diagnose nicht ersetzen; hier werden bewusst die Zahlen und die Fehlversuche dokumentiert.