

Vom CFK-Gitter zur zeitlichen Gravitation

Tagesabschluss: Stand, Plummer-Versuche und offene Grenzen

17. September 2026

1 Gesicherter Arbeitsstand

Der Stand zum Tagesabschluss umfasst einen nativen C++-Rechenweg vom Teilchenzustand ueber das konforme CFK-Gitter bis zur zeitlichen Entwicklung. Python bleibt fuer Referenzrechnungen, Versuchssteuerung und Darstellung erhalten. Die neue Plummer-Serie aendert den numerischen C++-Kern nicht; sie variiert Anfangszustaende und bereits vorhandene Kraftparameter.

Das CFK-Wurzeldreieck hat die Ecken $(0, 0)$, $(2, 0)$, $(0, 2)$ und den Code 1. Die Kinder eines Codes k sind $2k$ und $2k + 1$, der Elterncode ist $k \gg 1$. Konformitaetsabschluss, Blattzuordnung und Geometrierekonstruktion bleiben Grundlage des Kraftbaums. Teilchen-IDs bleiben dagegen auch beim Wechsel eines Blattes unveraendert. Massen liegen weiterhin an den echten Positionen.

Die letzten Aufbauoptimierungen sind im Bericht CPP_G8 dokumentiert. Die dortigen 60 Kraftlaeufe reproduzieren die Referenz bitgleich; die gemessene Gesamtersparnis bei 10^5 Teilchen liegt je nach Wolke bei etwa 5–9 %. Dies ist kein allgemeines Versprechen fuer jede Verteilung. Der Nutzen der Topologiewiederverwendung allein war nicht konsistent als Beschleunigung nachweisbar.

1.1 Zeitintegration und Referenzen

KDK-Leapfrog ist der Standard mit festen globalen Schritten. Als Alternative steht Boost.Odeint Dormand–Prince 5(4) bereit; dieses ist nicht SciPy-DOP853. Beide Integratoren verwenden austauschbare Kraftmodelle. Jeder Kraftaufruf erzeugt ein neues Gitter und aktuelle Massenschwerpunkte. Ausgaben werden fortlaufend gespeichert; ein Neustart verwendet einen synchronisierten Endzustand. KDK garantiert keine exakte Energieerhaltung; mit der einseitigen Barnes–Hut-Kraftnaeherung ist auch strikte Symplektizitaet nicht allgemein gegeben.

Die Python-Reihen DYN_G1/G2 pruefen Keplerbahnen, einen externen Ring, eine kalte hexagonale Scheibe und einen selbstgravitierenden Ring. Der native Vergleich CPP_DYN_G1 reproduzierte sechs archivierte KDK-Bahnen mit maximal $2.62 \cdot 10^{-15}$ Positionsdivergenz. Release und ASan/UBSan mit und ohne OpenMP bestanden jeweils drei Testsuiten. LeakSanitizer war deaktiviert.

Fuer 20 kurze native KDK-Schritte ergaben sich folgende Mediane aus je drei Wiederholungen:

Teilchen	Seriell [s]	Parallel [s]	Faktor
10000	5.086	1.293	3.94
100000	59.118	13.390	4.42

Parallel bedeutet 12 Threads fuer Kraefte und Blattzuordnung, vier fuer die Kraftbaumvorbereitung. Die Endzustaaende waren threadunabhaengig bitgleich. Diese kurzen Geschwindigkeitsmessungen sind keine Langzeitvalidierung.

2 Plummer-Serie: Fragestellung und Modell

Die neue Reihe PLUMMER_G1 hat zwei Ziele: einen kontrollierten Vergleich des Scheibenkollapses und vorzeigbare Filme einer Begegnung zweier Wolken. Teilchen bewegen sich in einer Ebene unter Newtonscher $1/r$ -Gravitation, nicht unter dem logarithmischen Potential genuin zweidimensionaler Gravitation. Fuer konstanten gemeinsamen Glaettungsparameter ϵ gilt

$$U_{ij} = -\frac{Gm_i m_j}{\sqrt{r_{ij}^2 + \epsilon^2}}, \quad \mathbf{a}_i = G \sum_{j \neq i} m_j \frac{\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i}{(r_{ij}^2 + \epsilon^2)^{3/2}}.$$

Hier ist $G = 1$. Fuer kleine Abstaende geht die Kraft gegen null und ist naeherungsweise linear im Abstand. Glaettung unterdrueckt starke Einzelbegegnungen, veraendert aber auch das kollektive Kraftfeld. Sie ist keine bloss numerische Fehlerkorrektur und keine physische Kontaktkraft. Fuer einen Quellenbeitrag ist $F_\epsilon/F_0 = (1 + \epsilon^2/r^2)^{-3/2}$: schon bei $r = \epsilon$ bleiben nur etwa 35 % der Newtonschen Kraft. Fuer $r \ll \epsilon$ gilt $\mathbf{a} \simeq -(GM/\epsilon^3)\mathbf{r}$, also eine naeherungsweise harmonische Rueckstellkraft. Alle Zahlen sind in den normierten Programmeinheiten angegeben. Identische Anfangspositionen besitzen bei verschiedenem ϵ verschiedene Potentialenergien; Energiedifferenzen werden jeweils auf den eigenen Anfangszustand bezogen. Der Zielkonflikt zwischen weniger Diskretheitsrauschen und veraendertem mittlerem Kraftfeld wird etwa von Dehnen (2001), MNRAS 324, 273, astro-ph/0011568, untersucht. Seine dreidimensionalen Optimalitaetsresultate werden hier nicht ungeprueft auf die ebene kalte Scheibe uebertragen.

Die Anfangspunkte stammen aus einem Dreiecksgitter,

$$\mathbf{x}_{ij} = \mathbf{c} + \frac{R}{s} \left(i + \frac{j}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2} j \right), \quad i^2 + ij + j^2 \leq s^2.$$

Die vollstaendige Kreis-Auswahl erhaelt die Sechsfachsymmetrie. Deshalb liegen die Teilchenzahlen nahe 10^5 , nicht exakt bei 10^5 : Ein Abschneiden einzelner Punkte nur zur Erfuellung einer runden Zahl wuerde Symmetrie kuenstlich brechen.

Population	N	R	M	m	h_{Gitter}
Scheibe	99943	0.2	1.0	1.001e-05	0.001205
Begegnung, Wolke 1	90571	0.2	1.0	1.104e-05	0.001266
Begegnung, Wolke 2	9409	0.08	0.25	2.657e-05	0.001569

Alle vier Laeufe einer Hauptserie verwenden dieselben Anfangszustaende. Die Glaettungslaengen sind 0.0125, 0.025, 0.05, 0.1, also $\epsilon/R = 1/16, 1/8, 1/4, 1/2$ relativ zur grossen Scheibe ($R = 0.2$). Sie wurden nach dem kleinen Vorlauf als physikalische Laengen beibehalten; sie skalieren nicht mit der Teilchenzahl. Im grossen Modell liegen sie deutlich ueber dem Gitterabstand. Dies untersucht bewusst auch starke makroskopische Glaettung, nicht die optimale Aufloesungslaenge eines kollisionslosen Modells. Ein ungeglaetteter Vollkollaps mit $\epsilon = 0$ gehoert nicht zu dieser Serie.

Die Scheibe startet in Ruhe, ist aber kein stationaeres Gleichgewicht. Die beiden Begegnungswolken ruhen intern; ihre Translationsgeschwindigkeiten sind $(-3.2, 0)$ und $(12.8, 0)$. Der Gesamtimpuls ist null. Die kompakte Wolke hat Gesamtmasse 0.25, die grosse Gesamtmasse 1. Die Relativgeschwindigkeit ist 16, der Stossparameter null. Der Durchgang erfolgt ohne Kontakt- oder Gasphysik. Wir verwenden also das Schwerpunktsystem statt eines Laborsystems mit anfangs ruhender grosser Wolke; die relative Anfangsgeschwindigkeit bleibt 16.

3 Kalibrierung und Fehlerkontrolle

Die Vorserie verwendet 241 Scheibenteilchen beziehungsweise 241+37 Teilchen bei der Begegnung. Fuer jede Glaettung werden direkte KDK-Kraefte mit zwei Schrittweiten sowie Baumkraefte mit $\theta = 0.5$ und 0.3 verglichen. Verwendet wird das klassische Oeffnungskriterium aus Dreiecksdurchmesser und Abstand zum Massenschwerpunkt; kleineres θ erzwingt mehr Abstiege. Kleinere Teilchenzahl bedeutet auch andere Diskretheit: Dies ist eine Kalibrierung, kein Konvergenzbeweis fuer das grosse System.

Modell	ϵ	direkt, grob	direkt, fein	Baum 0.3, fein
Scheibe	0.0125	0.0109	0.00273	0.00489
Scheibe	0.025	0.00501	0.00125	0.000717
Scheibe	0.05	0.000647	0.000162	0.000591
Scheibe	0.1	3.49e-06	8.73e-07	0.000309
Begegnung	0.0125	5.34e-05	1.33e-05	8.25e-05
Begegnung	0.025	6.39e-06	1.64e-06	6.75e-05
Begegnung	0.05	3.85e-06	9.62e-07	4.33e-05
Begegnung	0.1	2.03e-06	5.09e-07	1.33e-05

Die Tabelle zeigt jeweils $\max_t |E(t) - E(0)|/|E(0)|$, mit direkt ausgewerteter Paarenergie auch fuer die Baumtrajektorien. Ein kleinerer Wert bei Baumkraeften kann durch Fehlerkompensation entstehen und beweist allein keine genauere Bahn. Grob/fein bedeutet beim Kollaps $h = 0.0005/0.00025$, bei der Begegnung $h = 0.00025/0.000125$; die Baumspalte verwendet jeweils den feinen Schritt.

Fuer den schwierigsten Scheibenfall $\epsilon = 0.0125$ wurde zusaetzlich direkt mit $h = 0.000125$ und 0.0000625 gerechnet. Der maximale relative Energiefehler sank von $6.83 \cdot 10^{-4}$ auf $1.71 \cdot 10^{-4}$. Die maximale Positionsdivergenz zwischen diesen beiden Bahnen betraegt $9.30 \cdot 10^{-6}$. Der entsprechende Baumtest mit $\theta = 0.3$ weicht um maximal $6.74 \cdot 10^{-4}$ von der feinsten direkten Bahn ab. Hier dominiert bereits die Kraftnaeherung den verbleibenden Integrationsfehler.

Die Hauptserie verwendet fuer den Kollaps $\theta = 0.3$ und, nach wachsendem ϵ , die Schritte $0.000125, 0.00025, 0.0005, 0.001$. Alle liefern Bilder im gleichen Abstand 0.001 bis $t = 0.12$. Die Begegnung verwendet $\theta = 0.5$, $h = 0.00025$ und Bilder alle 0.0005 bis $t = 0.05$. Verschiedene Schrittweiten sind hier eine kontrollierte Aufwandsentscheidung, nicht eine adaptive Integration. Schwache Effekte unterhalb der im Vorlauf beobachteten numerischen Abweichungen werden nicht physikalisch interpretiert.

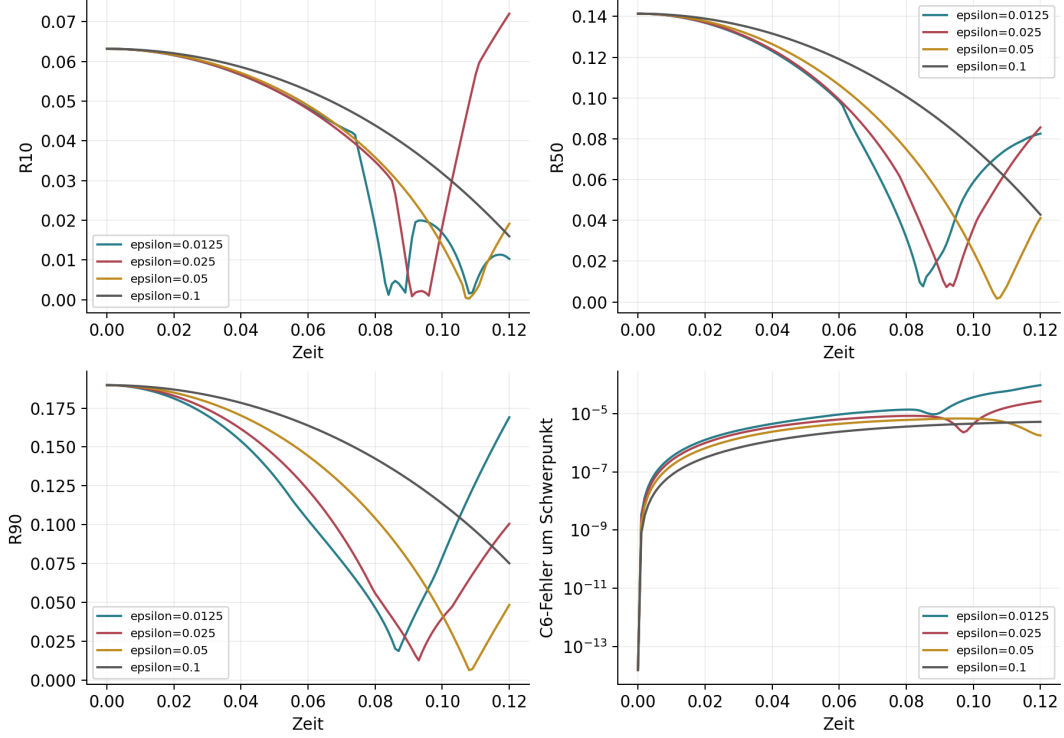
Als Zeitskalen dienen nur die dimensional Abschaeztungen

$$t_{\text{dyn},k} \sim \sqrt{R_k^3/(GM_k)}, \quad t_{\text{Kontakt}} \simeq (d_0 - R_1 - R_2)/v_{\text{rel}} = 0.00125, \quad t_{\text{Mitte}} \simeq d_0/v_{\text{rel}} = 0.01875.$$

Fuer grosse und kompakte Wolke ergeben sich etwa 0.0894 und 0.0453 . Zusaetzlich prueft ein direkter Kontrolllauf die kompakte Wolke ohne Zielwolke und ohne Translation; seine Verdichtungszeiten stehen in der Auswertung. Die spaetere Entwicklung der Begegnung darf weiterhin interne Kollapsprozesse enthalten. Ein Durchgang vor dem Kollaps macht diese nicht dauerhaft unmoeglich.

4 Ergebnisse: kalte Scheibe

ϵ	$\min R_{50}$	$t(\min R_{50})$	Lage	max. C6-Fehler
0.0125	0.00771	0.085	innen	9.6e-05
0.025	0.00733	0.092	innen	2.68e-05
0.05	0.00168	0.107	innen	6.87e-06
0.1	0.04280	0.120	Endpunkt	5.27e-06

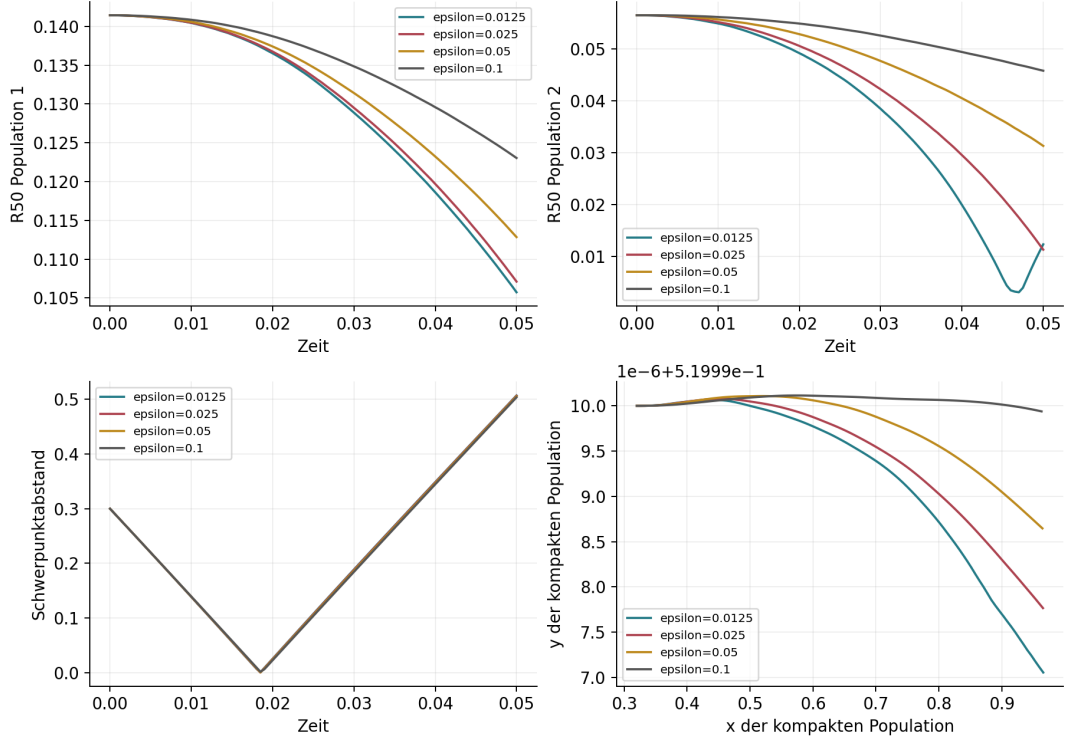


Das kleinste gespeicherte Halbmassradius-Minimum liegt in dieser Serie bei $\epsilon=0.05$: $R_{50}=0.0016799$ zum Zeitpunkt $t=0.107$. Die Reihenfolge der Minima muss nicht monoton mit der Glattheit sein. Eine mögliche Erklärung für besonders tiefe Verdichtung bei mittlerer Glattheit ist kohärentere Fokussierung statt starker Einzelstreuungen; diese Serie allein trennt die Mechanismen nicht eindeutig. Für ein Minimum am Endpunkt bleibt die spätere maximale Verdichtung unbeobachtet. Glattheit ist insbesondere kein Druck und setzt keinen Mindestabstand durch. Im ideal harmonischen Feld startet eine kalte Anordnung mit $\mathbf{x}(t) = \mathbf{x}(0) \cos(\omega t)$ und fokussiert gemeinsam bei $t = \pi/(2\omega)$. Dieses einfache Beispiel erklärt, warum geglättete Kräfte eine sehr tiefe Verdichtung nicht grundsätzlich ausschließen.

Die Radien R_{10}, R_{50}, R_{90} enthalten jeweils den angegebenen Anteil der Gesamtmasse um den momentanen Schwerpunkt. Angegebene Minima sind Minima an gespeicherten Zeitpunkten, keine exakten kontinuierlichen Extrema. Ein Minimum am letzten Bild bedeutet insbesondere nicht, dass der Kollaps abgeschlossen ist. Das Symmetriemass vergleicht fest zugeordnete Partner unter einer 60-Grad-Drehung um den momentanen Schwerpunkt $\mathbf{c}$: $S_6 = [N^{-1} \sum_i \|\mathbf{x}_{p(i)} - \mathbf{c} - Q_{60}(\mathbf{x}_i - \mathbf{c})\|^2]^{1/2}$. Hier ist $p(i)$ der anfangs festgelegte Gitterpartner; S_6 hat die Einheit einer Länge. Schwerpunktdrift wird separat gemessen.

5 Ergebnisse: Begegnung zweier Wolken

ϵ	$t_{\text{Begegnung}}$	min. Abstand	isoliert: $t_{\min}$	kompakt: $R_{50}(0.05)$
0.0125	0.0185	0.0008055	0.0540	0.0124
0.025	0.0185	0.0003297	0.0620	0.0114
0.05	0.0185	0.0004784	0.0840	0.0313
0.1	0.0185	0.001632	0.1430	0.0458



In allen vier Varianten liegt die gemessene zentrale Begegnung vor dem ersten lokalen Minimum des Halbmassradius der kleinen isolierten Kontrollwolke. Die isolierte Kontrolle hat nur 37 Teilchen und ist deshalb eine Plausibilitätsprüfung, kein identischer hochaufgelöster Gegenversuch. Der Kontrolllauf wurde bis $t=0.16$ verlängert, um nicht nur ein Minimum am Beobachtungsende zu erhalten. Im Film überlagern sich gegenseitige Ablenkung und die interne Entwicklung beider Populationen. Im Bahnplot rechts unten ist die vertikale Abweichung stark vergrößert: Die y-Achse zeigt nur wenige Millionstel um $y = 0.52$, keine makroskopische seitliche Ablenkung. Die Animation verwendet dagegen gleiche Achsenmassstäbe.

Die beiden Filme zeigen alle gespeicherten Teilchen, keine neu simulierten oder interpolierten Zwischenbilder. Vier Felder vergleichen gleiche Zeiten und dieselben Achsen. Farben kennzeichnen Populationen; Markerflächen sind keine quantitative Massenkarte. Die Filme illustrieren die gesamte Dynamik, einschliesslich Selbstgravitation und Diskretheit, nicht allein eine isolierte Zweikörper-Streuung.

6 Diagnosen, Reproduzierbarkeit und Tagesabschluss

Kinetische Energie, Schwerpunkt, Impuls und Drehimpuls werden aus allen gespeicherten Teilchen berechnet. Die kleinen Vorlaufe verwenden die exakte Paarpotentialsumme. Fuer die grossen Laeufe wird diese nicht bei jedem Bild quadratisch ausgewertet. Stattdessen werden $K = 262144$ geordnete Paare $I \neq J$ gleichverteilt mit Zuruecklegen gezogen:

$$\hat{U} = \frac{N(N-1)}{2K} \sum_{k=1}^K \frac{-m_{I_k} m_{J_k}}{\sqrt{r_{I_k J_k}^2 + \epsilon^2}}.$$

Die Paare sind mit PCG64, Seed 2026091703, reproduzierbar und bleiben fuer alle Bilder gleich. Fuer $U(t) - U(0)$ werden die gepaarten Differenzen ausgewertet. Der Standardfehler ist $N(N-1)/2$ mal deren Stichprobenstandardabweichung durch $\sqrt{K}$. Das Fehlerband erfasst nur Stichprobenunsicherheit des Potentials, nicht Integrations- oder Baumfehler. Kleine Energiedriften unter diesem Band sind nicht aufgeloeset. Ein Film ersetzt keine Erhaltungsgroessenpruefung.

Die acht Hauptlaeufe benoetigten zusammen 68.4 Minuten einschliesslich ihrer Diagnosen und Kompression, ohne Filmerstellung. Die kompakte Population hat pro Teilchen die 2.406-fache Masse der grossen Population. Alle Laeufe erreichten ihre vorgesehenen Endzeiten; die Teilchen wurden nicht entfernt. Die Monte-Carlo-Energieschaetzungen und ihre Standardfehler liegen fuer jedes Bild in den Diagnosedateien.

6.1 Archiv und Wiederholung

`Plummer_G1` enthaelt Anfangszustaende, IDs, Populations- und Symmetriezuordnung, das ausgefuehrte C++-Binary, Compilerflags, Quellsnapshot, Befehle, native Laufmetadaten und Diagnosen. Positionen und Geschwindigkeiten werden als Binary64-NPY gespeichert. Die urspruenglichen JSON-Zeilen bleiben zusaetzlich verlustfrei gzip-komprimiert erhalten; ihre Dekodierung wurde vor Loeschen der unkomprimierten Kopie per SHA-256 verglichen.

`PROTOCOL.md` beschreibt Wiederholungsbefehle und Quelldateien; `SCHEMA.md` erklart die Diagnosen. Vorlauf, Hauptserie, isolierte Kontrollen und Filmerstellung besitzen archivierte Python-Quellen. Daten- und Darstellungsmanifeste sichern die Artefakte. Verwendet wurden Release mit `-O3 -ffp-contract=off`, kein Fast-Math, GCC 13.3 und Boost 1.83. Die Laufzeiten sind Aufwandsangaben, keine kontrollierte Performance-Studie. Der Serien-Steuerprozess endete waehrend des siebten Hauptlaufs mit Signal SIGTERM (Exitcode 143; Ursache nicht festgestellt). Die unvollstaendige Ausgabe bleibt unter `interrupted_encounter_e2` erhalten. Nur dieser Lauf wurde mit identischer Eingabedatei von vorne wiederholt; `recovery_source.py` dokumentiert die Fortsetzung. Die oben summierten Laufzeiten enthalten nur die acht vollstaendigen Laeufe, nicht den abgebrochenen Versuch.

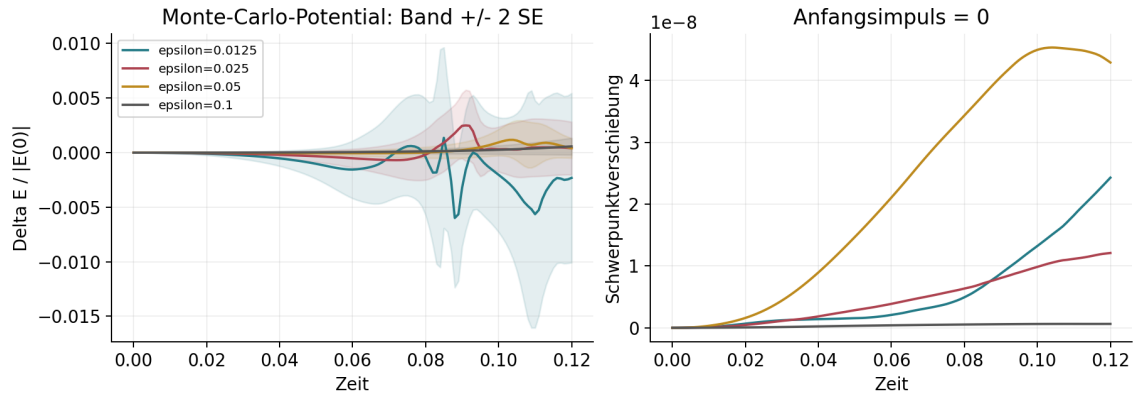
6.2 Bewusst offen fuer einen anderen Tag

Eine quantitative Kollapsstudie benoetigt Kontrollen von Schrittweite, Kraftgenauigkeit und Teilchenzahl sowie laengere Beobachtung. Die starke Glaettung ist nicht als physikalisch optimale Wahl begruendet. Hierarchische Zeitschritte, dynamische Gebiete, GPU-Ausfuehrung, Gasphysik und flaechenverteilte Massen bleiben ausserhalb dieser Studie.

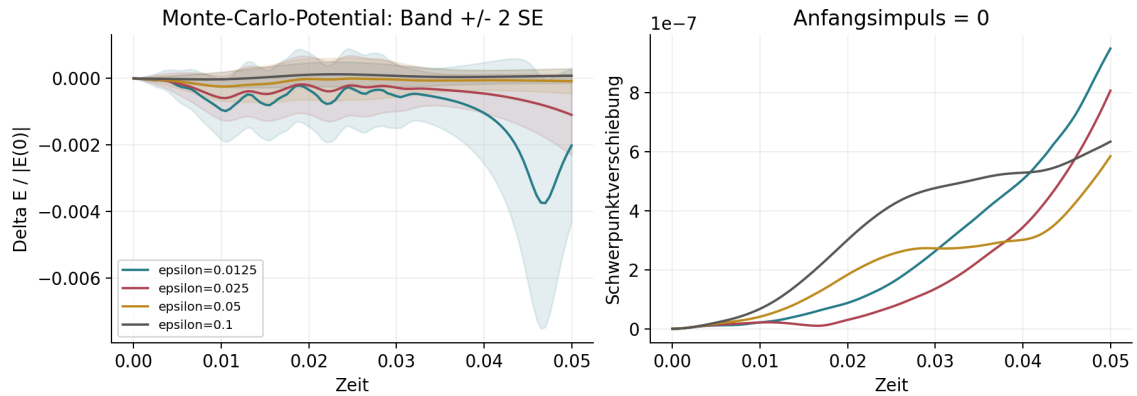
Das feste Wurzeldreieck und die maximale Baumtiefe 63 bleiben harte Grenzen. Es wurde keine Randreflexion oder stille Teilchenentfernung eingebaut. **Der heutige Arbeitsstand wird hier abgeschlossen; weitere Versuche werden nicht automatisch gestartet.**

7 Erhaltungsgroessen im Ueberblick

7.1 Kalte Scheibe



7.2 Begegnung



Links steht die Energieaenderung relativ zum Betrag der geschaetzten Anfangsenergie; die Baender zeigen zwei Standardfehler der gepaarten Potentialdifferenzen. Sie sind punktweise Stichprobenfehler, keine simultanen Konfidenzbaender und keine Schranken fuer den Integrationsfehler. Die Unsicherheit der Normierung mit der geschaetzten Anfangsenergie wird nicht zusaetzlich propagiert. Rechts steht der Abstand des Gesamtschwerpunkts von seinem Anfangsort; der theoretische Gesamtimpuls ist anfangs null. Kleine Schwerpunktdrift ersetzt weder Impuls- noch Energie-Konvergenztests.