

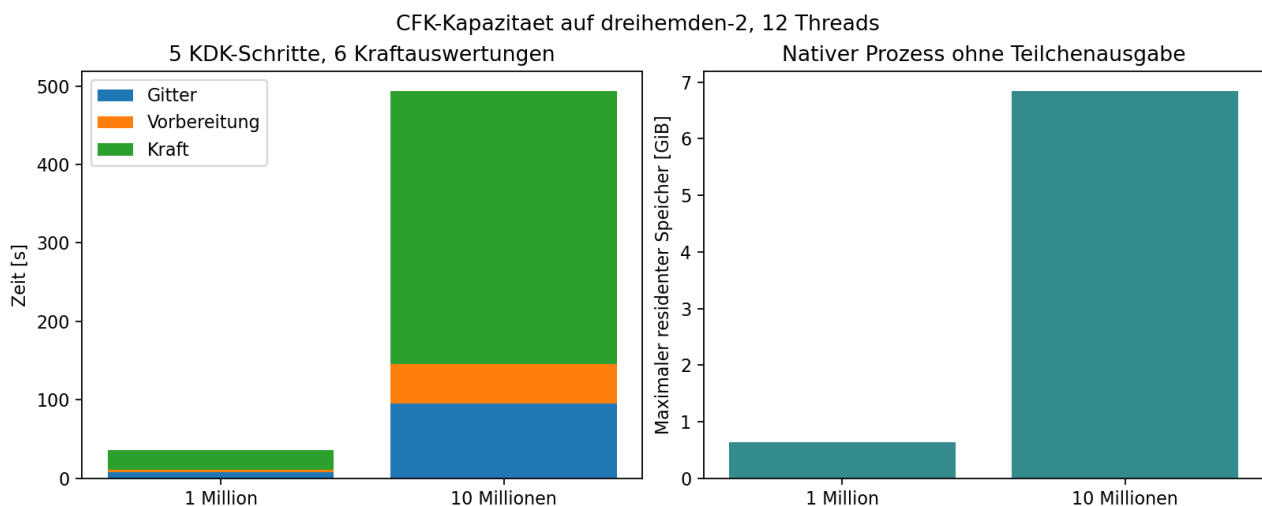
Zehn Millionen Teilchen und ein Sonnensystem-Pilot

17. September 2026. Rechenhost: dreihemden-2, Ryzen 5 7600, 6 physische Kerne/12 Hardware-Threads, etwa 32 GB RAM.

1 Kapazität des bestehenden CFK-Codes

Zwei begrenzte Einzelversuche prüfen die praktische Machbarkeit grosser *selbstgravitierender* Teilchenwolken. Der native C++-Treiber erzeugt gleich schwere Teilchen direkt im Speicher: Gesamtmasse 1, Positionen uniform in $[0.2, 0.8]^2$, Geschwindigkeitskomponenten in $[-0.002, 0.002]$. Generator: mt19937_64, Seed 2026091710, explizite Abbildung der oberen 53 Zufallsbits auf $[0, 1)$. Pro Grösse fünf KDK-Schritte mit $\Delta t = 10^{-4}$, $\epsilon = 0.01$, $\theta = 0.4$; sechs Kraftauswertungen. Gitter/Kraft: 12 Threads, Vorbereitung: 4. Keine grossen Teilchenausgaben.

	10^6 Teilchen	10^7 Teilchen
Integrationszeit [s]	36.581	496.055
Maximaler residenter Speicher [GiB]	0.643	6.843
Knoten am Ende	6 623 447	65 968 751
Blätter am Ende	3 311 724	32 984 376
Maximale Tiefe	43	48



Ergebnis: Zehn Millionen Teilchen funktionieren auf dieser Maschine für die getestete Verteilung. Zehnfache Teilchenzahl erhöht die Laufzeit um Faktor 13.56. Das ist ein Messpaar, keine Bestimmung eines asymptotischen Komplexitätsexponenten. Die Aussage gilt nicht automatisch für Verklumpung, lange Entwicklungen, andere Genauigkeit oder intensive Dateiausgaben.

Der Build verwendet C++20, GCC 13.3, Boost 1.83, -O3 -DNDEBUG -ffp-contract=off -fopenmp; kein Fast-Math oder march=native. Die Bibliotheksobjekte stammen aus dem zuvor getesteten Remote-Build. Der Prozessadressraum wurde auf 20 GiB begrenzt. Es gab keinen Programmfehler und keine von GNU time gemeldeten Swap-Vorgänge.

2 Modell des Sonnensystem-Piloten

Sonne und acht Planetensysteme werden zuerst gemeinsam mit DOP853 integriert. Die Anfangsbahnen sind eben, kreisförmig und haben reproduzierbar gewählte Phasen: *keine historische Ephemeride*. GM-Werte und Bahnskalen stammen von JPL¹. Monde sind nicht einzeln modelliert, gegebenenfalls aber in den System-GM enthalten; Erde und Mond werden zusammengefasst. Einheiten: AE und julianische Jahre. Das baryzentrische Anfangssystem hat verschwindenden Gesamtimpuls.

3 Kraftmodell und Genauigkeitsprüfung

Die masselosen Testteilchen beeinflussen weder einander noch die Planeten:

$$\ddot{\mathbf{r}}_i = \sum_{j=0}^8 (GM)_j \frac{\mathbf{R}_j(t) - \mathbf{r}_i}{|\mathbf{R}_j(t) - \mathbf{r}_i|^3}.$$

Die Quellenpositionen werden kubisch aus Positionen und Geschwindigkeiten interpoliert. Ausserhalb des gespeicherten Zeitintervalls wird abgebrochen. Es gibt weder CFK-Gebietsgrenze noch Plummer-Glättung in diesem Kraftmodell. Die neue Kraftklasse ist additiv; die bisherigen Modelle bleiben unverändert.

Die Wolke hat konstante Flächendichte zwischen 0.3 und 35 AE: $r = \sqrt{r_{\min}^2 + U(r_{\max}^2 - r_{\min}^2)}$ mit $U \sim \mathcal{U}[0, 1)$, gleichverteiltem Winkel und tangentialer Geschwindigkeit $v = \sqrt{GM_{\odot}/r}$. Der Pilot umfasst 512 Teilchen und 20 Jahre.

Vor der Auswertung festgelegte Vergleichsgrenzen: 10^{-5} AE für Positionen, 10^{-6} AE/Jahr für Geschwindigkeiten, 10^{-8} AE für die an Intervallmitten geprüfte Quelleninterpolation und 10^{-9} für den relativen Energiedrift der Quellen. Verglichen werden alle gespeicherten Pilotzustände.

Die erste C++-Toleranz $\text{rtol} = 10^{-9}$ bestand die Geschwindigkeitsgrenze nicht. Der fehlgeschlagene Versuch bleibt archiviert. Mit $\text{rtol} = 10^{-13}$, $\text{atol} = 10^{-15}$ und maximal 0.01 Jahren pro Schritt bestand der separate Vergleich mit SciPy DOP853 dieselben Grenzen:

Maximale Positionsdivergenz	$1.97 \cdot 10^{-7}$ AE, etwa 29.4 km
Maximale Geschwindigkeitsdivergenz	$1.08 \cdot 10^{-7}$ AE/Jahr
Quelleninterpolation, feines Raster	$4.67 \cdot 10^{-10}$ AE
Relativer Quellenenergiedrift	$8.66 \cdot 10^{-15}$

Ein Referenzteilchen erreicht in einer ausgewerteten Integratorstufe etwa 148073 km Abstand zum Saturnzentrum. Diese Stichprobe ist kein kontinuierlicher Kollisionsdetektor. Die Vergleiche belegen Pilotkonvergenz, keine garantierte absolute Bahnfehlergrenze. Drei native Testsuiten und drei neue Python-Tests bestanden; geprüft wurden unter anderem Hermite-Interpolation, Kräfte, voller Keplerumlauf, Thread-Gleichheit und Anfangsbedingungen.

¹https://ssd.jpl.nasa.gov/astro_par.html und https://ssd.jpl.nasa.gov/planets/approx_pos.html; abgerufen am 17.09.2026.

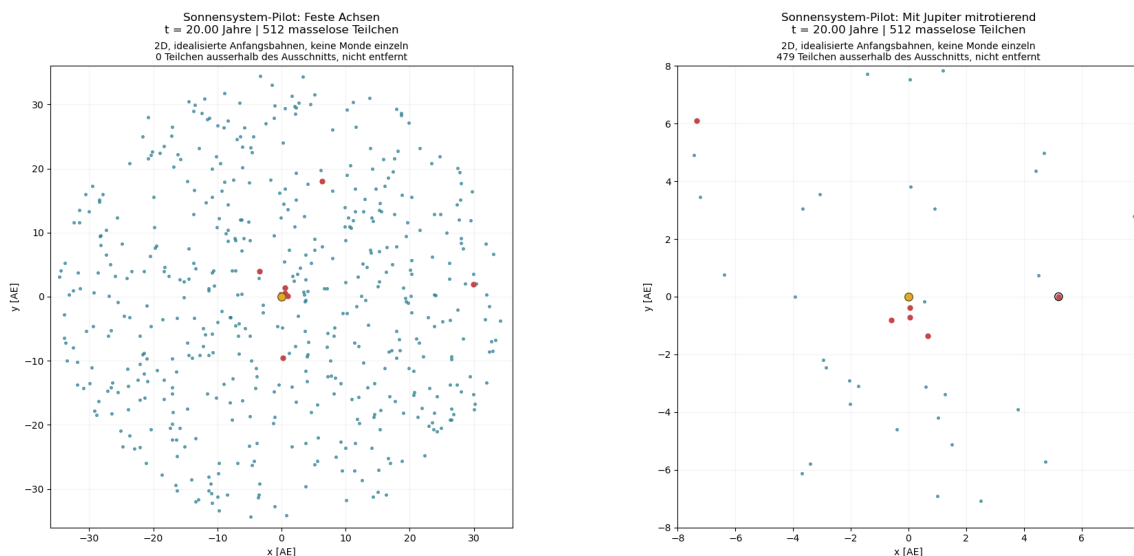
4 Eine Million Testteilchen: Durchsatz und Entscheidung

Mit der strengeren Toleranz wurden 10^6 Teilchen auf **dreihenden-2** nur *0.01 Jahre* integriert, nicht 20 Jahre. Ergebnis: 14.780 s Integrationszeit, 16.140 s Prozesszeit, 0.688 GiB Peak-RSS, 72 akzeptierte und 9 verworfene Schritte, 487 Kraftauswertungen. Die eigentlichen Kraftschleifen benötigten 7.042 s; die gesamte Kraftschnittstelle einschliesslich Prüfungen 8.718 s. Der Rest entfällt unter anderem auf RK-Arbeitsfelder und Ausgaben.

Eine rein lineare Zeitrechnung ergibt 8.21 Stunden für 20 Jahre oder 17.11 Tage für 1000 Jahre. Das ist **keine Laufzeitprognose**: spätere Begegnungen und veränderte Schrittweiten fehlen in diesem kurzen Versuch. Der globale adaptive Schritt wird von der anspruchsvollsten Bahn bestimmt.

Entscheidung: Noch keine lange Aufräumserie. Nächster sinnvoller Schritt sind unabhängige Teilchenpakete mit eigenen Schrittweiten und definierte Ereignisse für Einschlag und Auswurf. Ein Verlassen des Bildes ist kein Verlust. Die Filme zeigen ausschliesslich den validierten 512-Teilchen-Piloten: feste Achsen sowie mit Jupiter beziehungsweise Neptun mitrotierende Ansichten. Rohdaten, Quellarchive, Programme, Prüfsummen und Wiederholungsanleitung liegen im Berichtsverzeichnis. Staubphysik und variable Teilchenzahlen wurden nicht implementiert.

5 Ansichten des validierten Piloten



Links: sonnenzentriert mit festen Achsen, rechts: mit Jupiter mitrotierend und auf das innere System vergrössert. Beide zeigen denselben Zustand nach 20 Jahren. Die kleine Teilchenzahl dient der Genauigkeitsprüfung, nicht einer Aussage zur Verteilung im Grenzfall sehr vieler Teilchen. Filme mit 81 gespeicherten Zuständen und acht Bildern pro Sekunde liegen unter `pilot/presentation/`: `inertial.mp4`, `jupiter.mp4`, `neptune.mp4`.