

Dreieckshierarchie, Scherströmung und versetzter Gaseinschlag

Pascal Bauer

Planung, Implementierung und Auswertung mit ChatGPT

19. September 2026

1 Ziel und Herkunft

Der Autor wünschte den binären CFK-Baum als Ausgangspunkt der Website, anschauliche Hydrofilme und einen Einschlag in eine selbstgravitative Scheibe. Auch die Darstellung unterschiedlich tiefer Dreiecke auf unterschiedlichen Höhen stammt vom Autor. Die konkrete Parametrisierung, Ablaufsteuerung und Darstellung wurden von ChatGPT ausgearbeitet. Die Filme sind Demonstrationen, keine neuen Konvergenznachweise. Die Arbeit 0.3 bleibt unverändert.

2 Gemeinsamer numerischer Rahmen

Alle drei Rechnungen verwenden denselben feststehenden, lokal verfeinerten CFK-Baum mit 22820 Blättern. Ausgehend von Tiefe 8 werden Dreiecke, die das Rechteck $[0.16, 1.15] \times [0.28, 0.92]$ schneiden, bis Tiefe 16 verfeinert; der vorhandene Konformitätsabschluss ergänzt Nachbarteilungen. Dies ist keine dynamische Adaptivität. Der zweidimensionale Euler-Solver benutzt HLLC, begrenzte lineare Rekonstruktion und $\gamma = 5/3$, CFL 0.4 sowie $\Delta t_{\max} = 0.002$. Anfangswerte sind Zellmittel aus der vorhandenen 8×8 -Duffy-Quadratur. Der eigentliche Solver wurde nicht verändert.

Der aktuelle Quellstand wurde auf dreihemden neu übersetzt und dessen Hydrotests ausgeführt. Sechs Threads, drei aufeinanderfolgende Fälle, jeweils maximal 900 Sekunden inklusive Vorbereitung und Kontrollen. Eine zusätzliche externe Grenze betrug 3300 Sekunden inklusive Build. Jeder Fall beginnt mit einem kurzen, bitgenauen Neustartvergleich auf Tiefe 8. 24 Abschnitte speichern je sieben Zustände, also 145 unterschiedliche Ausgabezeiten bei vollständigem Abschluss. Atomare Kontrollpunkte und verkettete Zustandsprüfsummen begleiten jeden Abschnitt.

3 Glatte Scherschicht

Mit $a = 0.02$ und

$$B(y) = \frac{1}{2} [\tanh((y - 0.46)/a) - \tanh((y - 0.74)/a)]$$

lauten Dichte, Längsgeschwindigkeit und Druck $\rho = 1 + B$, $v_x = B - 0.5$, $p = 1$. Eine sinusförmige Quergeschwindigkeit mit Amplitude 0.025 und Wellenlänge 0.28 wird durch zwei Gaussprofile der Breite 0.055 auf die Scherschichten konzentriert. Endzeit ist $t = 0.8$.

An allen Dreiecksseiten gilt eine Ausflussrandbedingung. Insbesondere liegt kein periodischer KH-Test vor. Die glatte Initialisierung ist durch die Problematik scharfer Kontakte motiviert, wie sie

McNally et al. [?] und Lecoanet et al. [?] diskutieren; deren Referenzprobleme werden hier nicht reproduziert. Ohne explizite Viskosität darf die feinste Struktur nicht als konvergierte Turbulenz interpretiert werden. Randstrukturen sind in der Übersicht sichtbar. Eine Massenänderung ist bei offenen Rändern nicht automatisch ein Erhaltungsfehler.

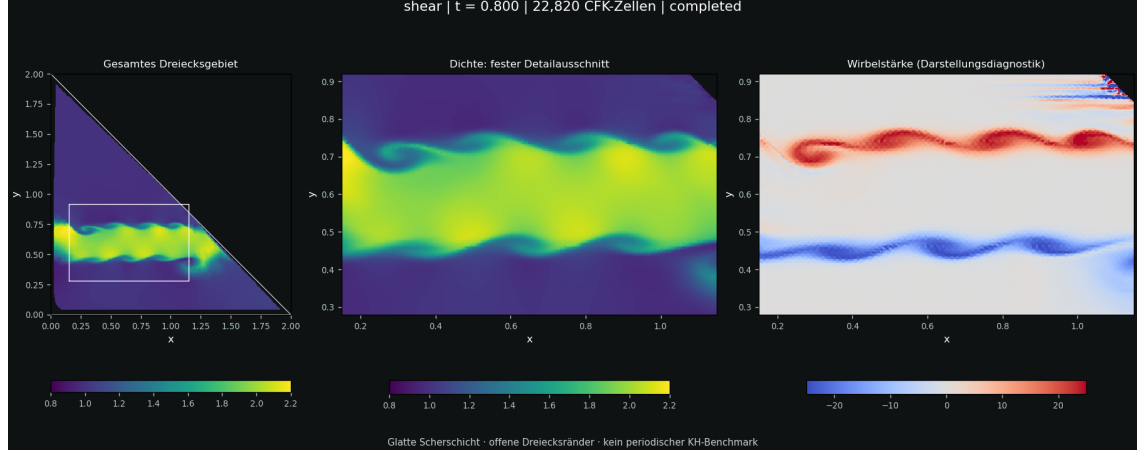


Abbildung 1: Scherschicht bei der letzten gespeicherten Zeit. Feste Farbskalen; Wirbelstärke aus interpolierten Zellgeschwindigkeiten als Darstellungsdiagnostik.

4 Scheibe und Impaktor

Das grosse Objekt hat $M = 0.002$, $R = 0.16$, Mittelpunkt $(0.8, 0.62)$. Der Impaktor hat $M = 0.0004$, $R = 0.045$, Mittelpunkt $(0.4, 0.58)$ und Anfangsgeschwindigkeit $(0.35, 0)$. Beide besitzen das Profil

$$\Sigma(r) = \frac{4M}{\pi R^2} \max(1 - r^2/R^2, 0)^3.$$

Die vorhandene radiale Quadratur berechnet das geglättete Scheibenfeld; anschliessend wird $dP/dr = \Sigma g_r$ integriert. Gemeinsame Parameter: $G = 1$, $\epsilon = 0.024$, Baumöffnung $\theta = 0.3$. Ein ruhender Hintergrund mit Dichte 10^{-6} und Druck 10^{-8} ist ein Anfangszustand, kein nachträglicher Floor. Die individuelle Hydrostatik ist kein diskretes Gleichgewicht des gemeinsamen Zweiwolkenzustands.

Die Kopplung verwendet den experimentellen Kick-Hydro-Kick-Pfad ohne Massenfluss-Energiequelle oder Zellselbstpotential. Reflektierende Ränder und Endzeit $t = 1.2$ sind in Ruhe- und Einschlagslauf gleich. Die grosse Scheibe wird zusätzlich ohne Impaktor gerechnet. Ihre dynamische Skala $\sqrt{R^3/(GM)} \simeq 1.43$ ist grösser als die Endzeit: Dieser kurze Vergleich beweist keine Langzeitstabilität.

Es handelt sich um Gas in einer Ebene unter einem geglätteten dreidimensionalen Kraftgesetz, nicht um einen festen Kometen oder einen kugelförmigen Gasplaneten. Kühlung, Strahlung und feste Oberflächen fehlen. Exakte globale Energieerhaltung wird nicht behauptet; eine neue unabhängige Potentialenergieprüfung ist nicht Teil dieser Demonstration.

5 Ergebnisse der ersten Serie

Alle drei Fälle erreichten die vorgesehene Endzeit und lieferten je 145 gespeicherte Zustände. Die kurzen Neustartkontrollen bestanden bitgenau. Die Zustandsprüfsummen aller 24 Abschnitte

jedes Falls wurden nach dem Zurückholen erneut mit den gespeicherten Arrays und dem letzten Kontrollpunkt verglichen; alle Ketten stimmen.

	Scherschicht	Ruhe	Einschlag
Endzeit	0.8	1.2	1.2
Ablaufdauer [s]	62.69	201.35	318.99
Relative Dichte- L^1 -Änderung	0.04248	0.007612	0.6319
Minimale Dichte	0.8459	$8.70 \cdot 10^{-7}$	$1.22 \cdot 10^{-7}$
Minimaler Druck	0.7727	$7.94 \cdot 10^{-9}$	$3.25 \cdot 10^{-10}$
Max. Randband-Massenanteil	0.3344	0.0003652	0.0003043

Die Dichteänderung ist $\sum_i A_i |\Sigma_i(t) - \Sigma_i(0)| / M(0)$, kein Fehler gegen eine exakte Lösung. Im Ruhelauf beträgt sie etwa 0.76 %; die Verformung im Einschlagslauf geht damit deutlich über die Eigenentwicklung des Zielobjekts hinaus. Da dessen Vergleich keine getrennte Bilanz des Zielgases im Mischzustand liefert, wird daraus kein präziser Anteil der durch den Einschlag veränderten Zielmasse abgeleitet.

Das Randband umfasst Zellschwerpunkte mit Abstand unter 0.1 zum Dreiecksrand; angegeben ist das Maximum an den Abschnittsenden. Ein kleiner Massenanteil beweist nicht die Abwesenheit von Druckwellen oder Randeinflüssen. Die Scherschicht hat dagegen schon anfangs Gas im gesamten Gebiet. Ihre Gesamtmasse steigt durch die offenen Ränder um etwa 0.491 %. In den beiden reflektierenden Fällen bleibt die Gesamtmasse innerhalb der Gleitkomma-Summationsgenauigkeit erhalten. Dies ist kein Energieaudit.

Die Temperaturdarstellung maskiert Zellen mit Dichte unter 10^{-5} ; diese Schwelle beeinflusst nicht die Integration. Einzelne sehr dünne Strukturen am Rand der Gaswolke sind daher vor allem qualitativ zu lesen.

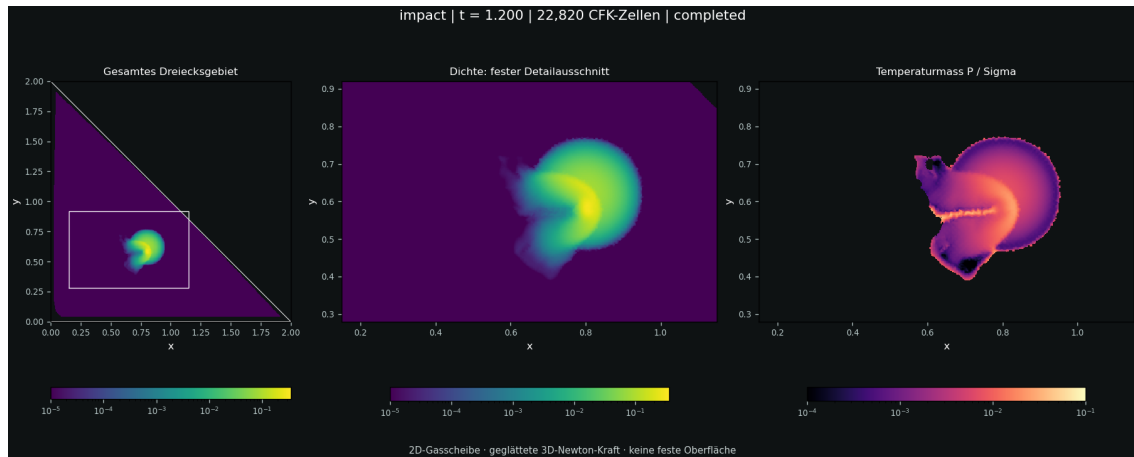


Abbildung 2: Versetzter Gaseinschlag: Dichte und Temperaturmass P/Σ .

6 Darstellung und Reproduktion

Jeder physikalische Film dauert 15 Sekunden bei 15 Bildern pro Sekunde. Vorhandene Zustände werden dafür wiederholt, nicht zeitlich interpoliert. Feste Ausschnitte verhindern ein unbemerktes Mitzoomen. Die Rasterdarstellung interpoliert zwischen Zellschwerpunkten; sie ist nicht die

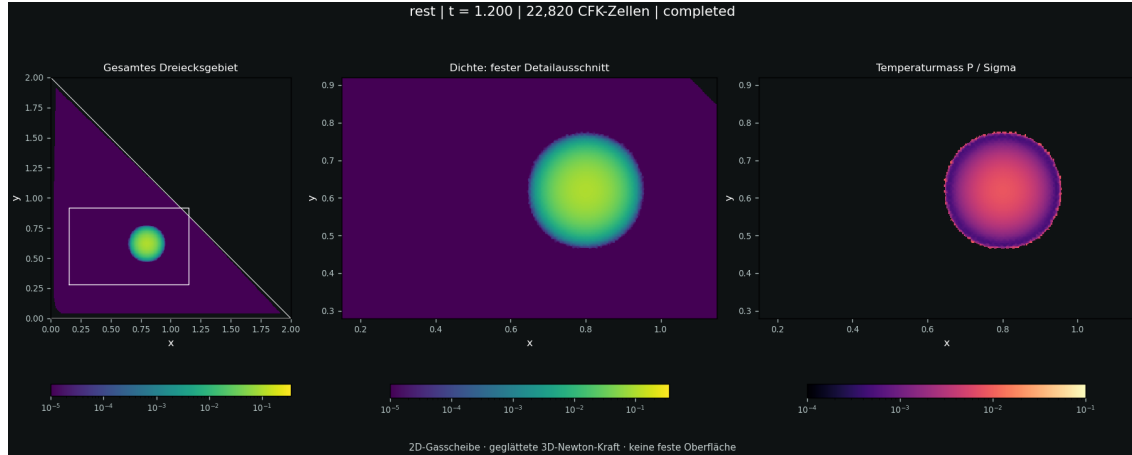


Abbildung 3: Ruhevergleich auf identischem Gitter mit denselben Farbskalen.

native Rekonstruktion des Solvers. Ein separates Gitterbild zeigt die echten Zellen. Die geometrische Baumsequenz benutzt dagegen keine physikalischen Daten: ihre Höhe ist exakt 0.12 mal Baumtiefe.

Quellen: `source.tgz`; Zustände und Kontrollpunkte in den drei Fallordnern; `summary.json` enthält die geprüften Kennzahlen. `web_demos.py`, `render_web_demos.py` und `summarize_web_demos.py` dokumentieren Rechnung, Darstellung und Audit. Die Illustration entsteht mit `Webseite/tools/tree_illustration`. Die erste sinnvolle Fortsetzung wäre eine kontrollierte Rand- und Auflösungsstudie der Scherschicht sowie ein längerer, energetisch auditiert Ruhevergleich vor einer physikalischen Impaktstudie.

Literatur

- [1] C. P. McNally, W. Lyra, J.-C. Passy: A Well-Posed Kelvin-Helmholtz Instability Test and Comparison. <https://arxiv.org/abs/1111.1764>.
- [2] D. Lecoanet et al.: A Validated Nonlinear Kelvin-Helmholtz Benchmark for Numerical Hydrodynamics. <https://arxiv.org/abs/1509.03630>.